



محل مهر سازمان

جمهوری اسلامی ایران
اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران
اداره آموزش و پرورش منطقه هفت تهران

ساعت امتحان: ۱۲
وقت امتحان: ۱۱۰ دقیقه
تاریخ امتحان: ۱۳۹۱/۱۰/۱۸
تعداد برگ سوال: یک برگ

ش صندلی (ش داوطلب): نام واحد آموزشی: دبیرستان هاتف
نام و نام خانوادگی: نام پدر: پایه: سوم
رشته: ریاضی و فیزیک
سال تحصیلی: ۹۱-۹۲
سؤال امتحان درس: جبر و احتمال
نام دبیر: آقای مشایخی

۱- با استفاده از اصل استقرای ریاضی ثابت کنید:

$$\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \frac{1}{n+3} + \dots + \frac{1}{3n+1} > 1 \quad (\forall n \in \mathbb{N})$$

۲- با استدلال استنتاجی نشان دهید مجموع مکعبات سه عدد طبیعی متوالی بر ۹ بخش پذیر است.

۳- با اثبات بازگشتی برای هر دو عدد حقیقی ثابت کنید:

$$(a^x - b^x)^2 \geq (a^y - b^y)(a^x - b^x)$$

۴- با برهان خلف ثابت کنید اگر مربع عددی بر ۵ بخش پذیر باشد خود آن عدد نیز بر ۵ بخش پذیر است.

۵- $(n+1)$ عدد از مجموعه $\{1, 2, 3, \dots, 2n\}$ انتخاب کرده ایم ثابت کنید حداقل مجموع دو تا از این اعداد برابر $2n+1$ است

۶- به کمک جبر مجموعه ها ثابت کنید:

$$\text{الف) اگر } A - B = A \cup B \text{ آنگاه } B = \emptyset$$

$$\text{ب) اگر } A \cap C = A \cap B \text{ و } A \cup C = A \cup B \text{ آنگاه } A = B$$

۷- هرگاه $A = \{X - Y, 3\}$ و $B = \{X + Y, 1\}$ داشته باشیم $A \times B = B \times A$ مقادیر X و Y به دست آورید

۸- نمودار رابطه زیر را رسم کنید

$$\{(x, y) : x, y \in \mathbb{R}, x^2 + y^2 \leq 4, y \geq x^2\}$$

پاسخ نامه سفید داده شود.

پاسخ سؤالات در روی برگ سؤال نوشته شود، نیاز به پاسخ نامه سفید ندارد.